

Dragan Stojić¹

UDC 330.34.014
Originalan naučni rad
Primljen: 10. 05. 2024.
Prihvaćen: 08. 10. 2024.

POSIBILISTIČKO PROGRAMIRANJE U IZBORU PORTFELJA

ABSTRAKT: U radu se razmatra formulacija modela posibilističkog programiranja koja za cilj ima izbor optimalnog portfelja. Autor predlaže posibilističke raspodele za prinose i varijanse cena akcija kojima se ne trguje svakodnevno. Pored maksimizacije očekivanog prinosa uz minimiziranje rizika, model inkorporira i više indikatora izračunatih na osnovu finansijskih izveštaja: isplaćene dividende, likvidnost, efikasnost fizičkog i intelektualnog kapitala. Prikazan je ilustrativni primer na osnovu podataka sa Beogradske berze.

KLJUČNE REČI: *portfelj, optimizacija, fazi skupovi.*

1. Uvod

Problem optimizacije sveprisutan je u brojnim oblastima čovekovog delovanja, a naročito u sferi ekonomije i posebno finansija (videti, na primer, Crave i Sardar, 2005; Hirschey, 2009; Luptačik, 2010). Osnovno nastojanje optimizacije jeste traganje za najpovoljnijim od raspoloživih alternativnih rešenja različitih problema u okvirima postavljenih ograničenja. U ekonomiji, uobičajeni problemi za koje se nastoje pronaći optimizovana rešenja, između ostalog, uključuju troškove, kvalitet pro-

¹Vanredni profesor, Ekonomski fakultet u Subotici, Univerzitet u Novom Sadu, Subotica, Srbija, e-mail: dragan.stojic@ef.uns.ac.rs, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4067-570X>

izvoda i usluga, proizvodne i investicione portfelje. Cilj je da se u uslovima postojećih ograničenja ostvari maksimalna profitabilnost koja je dugoročno održiva.

Osnovni cilj investitora jeste ostvarenje maksimizacije prinosa uz minimizaciju rizika. Međutim, ovaj cilj je teško ostvariti, imajući u vidu međusobnu uslovljenost rizika i prinosa koja se uobičajeno meri Šarpovim raciom (vidi, na primer, Njegomir, 2011; Kapil, 2011; Brigham i Houston, 2012). Nobelovac Markowitz (1952) prvi je teorijski demonstrirao kako se formiranjem portfelja, za razliku od pojedinačnog odabira privlačnih akcija, bolje može redukovati rizik investiranja i prvi je ukazao na neophodnost kompromisa između rizika i prinosa u portfelju. Optimizacija u investiranju predstavlja nastojanje investitora da formiraju investicione portfelje koji će omogućiti ostvarenje maksimizacije prinosa uz dati nivo rizika ulaganja, odnosno minimiziranje rizika sa ograničenjem koje obezbeđuje da se postigne očekivani nivo prinosa (videti npr. Jones 2010; Anderson i dr., 2012).

Nakon rada Markowitza, problem izbora optimalnog portfelja kreće se u smeru relaksacije polaznih pretpostavki. Dve osnovne grupe metoda rešavanja optimizacionog problema su probablističko i posiblističko (fazi) programiranje. Problemi se, dalje, postavljaju kao monokriterijumski (minimiziranje rizika uz fiksirane nivoe prinosa i formiranje efikasne granice) ili višekriterijumski (minimiziranje rizika uz maksimiziranje prinosa, maksimiziranje isplata dividendi itd.). U ovom radu biće primenjen metod višekriterijumskog fazi programiranja u rešavanju problema izbora optimalnog portfelja. Interesuju nas mogućnosti i ograničenja ulaganja u vojvođanska preduzeća. Spisak preduzeća preuzet je sa sajta Republičkog zavoda za privredne registre, cene akcija pojedinačnih preduzeća preuzete su sa sajta Beogradske berze.

2. Pregled literature

Iako je teorija verovatnoće glavna alatka u analizi neizvesnosti u oblasti finansija, na tržište utiču i faktori koji, po svojoj prirodi, nisu stohastički. U pitanju su lingvistički opisi finansijskih promenljivih koje karakterišu dve vrste neodređenosti: dvosmislenost, npr. „prinos oko 12%“ i nejasnoća, u smislu razgraničenja jasnim granicama, npr. „visok

rizik“. Fazi matematičko programiranje razvilo se iz potrebe za adekvatnim rešavanjem optimizacionih problema koji u svojoj postavci sadrže navedene neodređenosti. Sledi kratak pregled literature u kojoj je korišćena fazi metodologija u rešavanju problema optimalnog portfelja. Za detaljan pregled literature iz oblasti fazi programiranja pogledati Figueroa–García i dr. (2022).

Lin i Liu (2008) izlažu tri moguća modela izbora portfelja sa minimalnim količinama kupljenih akcija i razvijaju odgovarajuće genetičke algoritme (GA) za dobijanje rešenja. Rezultati pokazuju da su ovako dobijeni portfelji vrlo blizu efikasne granice, što ukazuje da predložena metodologija može u realnom vremenu da proizvede skoro optimalno i dostižno rešenje. Vercher i autori (2007) predlažu dva modela za izbor portfelja pri čemu je cilj minimizacija ‘donjeg’ rizika, tj. semi varijanse, uz ograničenje da prinos ne sme biti manji od unapred zadate vrednosti. Prinosi na pojedinačna sredstva se aproksimiraju LR fazi brojevima istog oblika, a očekivani prinos i rizik ocenjuju se intervalnim srednjim vrednostima. Vercher (2008) dalje razmatra nove modele za rešavanje ranije postavljenog problema i predlaže SIP (semi-infinite programming) sa slabim ograničenjima. Gupta i autori (2008) koriste fazi metodologiju u oceni očekivanih prinosa, likvidnosti i rizika. Fazi metodologija omogućuje uključivanje subjektivnih karakteristika u model selekcije portfelja, koje čine osnovu za izražavanje individualnih preferencija investitora. Wei Guo Zhang i autori (2007) razmatraju problem odabira portfelja sredstava koja su definisana gornjim i donjim posibilističkim srednjim vrednostima i varijansama. Autori transformišu MV model u linearni, koristeći posibilističke raspodele, te je njihov pristup pogodan za rešavanje problema izbora „velikih“ portfelja. Autori predlažu dva modela izbora portfelja i uvode pojam donjeg i gornjeg posibilistički efikasnog portfelja.

Zhang i autori (2010) koriste teoriju verodostojnosti u razvijanju modela za podešavanje postojećeg portfelja za iznos transakcionih troškova. Prinosi se modeluju trougaonim fazi brojevima a za dobijanje optimalne strategije primenjuje se sekvencionalno kvadratno programiranje.

Zhang i autori (2011) dalje razvijaju problematiku postavljenu u prethodnom radu, sada iz aspekta posibilističke MV teorije. Predlažu model optimizacije portfelja koristeći funkciju transakcionog troš-

ka V-oblika u cilju prelaska sa tekućeg portfelja na korigovani. Huang (2008) pristupa problemu izbora portfelja koristeći semivarijansu (SV) kao fazi promenljivu i dokazuje određena svojstva fazi semivarijansi. Bhattacharyya i autori (2011) predlažu dva modela MSV, s tim što ovi autori koriste intervalne ocene, kao i uticaj transakcionih troškova u MV modelu sa asimetrijom. Rezultati numeričkih eksperimenata pokazuju da je predloženi algoritam efikasan **u rešavanju fazi MSV modela**.

Li i autori (2010) uočavaju asimetriju u raspodelama prinosa na portfelj a za jednake vrednosti **očekivanih prinosa i varijansi** investitori preferiraju portfelj sa većom asimetrijom. Autori definišu koeficijent asimetrije za fazi promenljive i ispituju njegova svojstva. Autori predlažu ekstenziju fazi MV modela – MV model sa asimetrijom. U rešavanju problema konstruišu GA za integraciju fazi simulacija. Sličan problem rešava i Bhattacharyya sa autorima (2011) integracijom fazi simulacije (FS) sa GA u kreiranju moćnog hibridnog inteligentnog algoritma (HIA).

Tanaka i Guo (1999) identifikuju dve vrste posibilističkih raspodela, tzv. gornju i donju raspodelu, kojima ocenjuju mišljenja eksperata u problemu izbora portfelja. Izbor portfelja formulisan je kao kvadratni problem. Autori zaključuju da prinos na portfelj koji je meren donjom posibilističkom raspodelom ima manji raspon od prinosa dobijenog gornjom posibilističkom raspodelom.

Kocadagli i Keskin (2015) uvode novi model odabira portfelja koji uzima u obzir preferencije prema riziku, a u skladu s promenama na tržištu. Thakur i dr. (2018) primenjuju fazi Delfi metod kako bi identifikovali slabo korelisane faktore koji indirektno utiču na tržište, dok Brito (2023) koristi model korisnosti, entropije i varijanse (EU-EV) za predodabir akcija na koje u narednom koraku primenjuje klasičan MV model.

Konačno, Savaei i dr. (2024) predlažu rešenje optimizacionog problema izbora portfelja za investitore koji imaju averziju prema riziku.

3. Istraživanje i metodologija

Obrazloženje korišćenja višekriterijumskog modela izbora portfelja leži u činjenici da očekivani prinos i rizik ne obuhvataju sve informacije neophodne za donošenje investi-

cione odluke. Uvrštavanjem dodatnih kriterijuma moguće je izmeniti odluke, u smislu izbora portfelja koji ne dominira u MV okruženju, ali to nadoknađuje odličnim performansama po ostalim kriterijumima, te je dominantan u višekriterijumskoj postavci. Vodeći se radom Gupte i autora (2008), kriterijumi koje koristimo su sledeći: kratkoročni prinosi, dugoročni prinosi, rizik, dividende, likvidnost, efikasnost intelektualnog i efikasnost fizičkog kapitala. Dva poslednja kriterijuma koriste fundamentalne indikatore iz finansijskih izveštaja posmatranih kompanija i zanimljivo je kako ovi dodatni kriterijumi utiču na korekciju optimalnog izbora.

U postavci problema u ovom radu dozvoljena su ulaganja i u nerizična sredstva. Koristimo sledeće oznake:

r_f – prinos na nerizičan instrument

r_i – prinos na akciju i-tog preduzeća, $i = 1, 2, \dots, n$

x_i – udeo ukupnih sredstava uložених u i-tu akciju,

l_i – likvidnost i-te akcije,

d_i – godišnja dividenda na i-tu akciju.

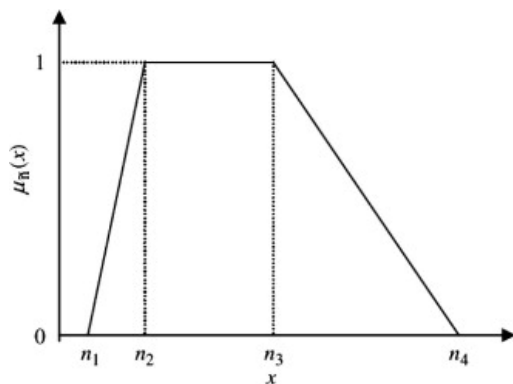
Sada ćemo formulisati ciljeve (kriterijume) i ograničenja:

Prinosi na rizična sredstva modelovana su trapezoidnim fazi brojevima, čime se naglašava neizvesnost finansijskog tržišta, kao i neprecizni i nepotpuni podaci kojima se raspolaže. Za detaljniji uvid u teoriju fazi skupova videti fundamentalne radove Zadeha (1965), Duboisa i Pradea (1980, 1987). Fazi broj (Slika 1) $A = (a, b, \alpha, \beta)$ je trapezoidni fazi broj ako je njegova funkcija pripadanja data sa:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 - \frac{a-x}{\alpha}, & a - \alpha \leq x \leq a \\ 1, & a \leq x \leq b \\ 1 - \frac{x-b}{\beta}, & b \leq x \leq b + \beta \end{cases}$$

Označimo sa $r_i = (a_i, b_i, \alpha_i, \beta_i)$ prinos na i-tu akciju u portfelju. Za portfelj sa n rizičnih i jednim bezrizičnim sredstvom $x = (x_f, x_1, \dots, x_n)$, fazi prinos dat je sa:

$$\begin{aligned}\Pi_s(\mathbf{x}) &= r_f x_f + r_1 x_1 + \dots + r_n x_n = (\Sigma a_j x_j, \Sigma b_j x_j, \Sigma \alpha_j x_j, \Sigma \beta_j x_j) \\ &= (A(\mathbf{x}), B(\mathbf{x}), \alpha(\mathbf{x}), \beta(\mathbf{x})).\end{aligned}$$



Slika 1. Funkcija pripadanja trapezoidnog fazi broja

Očekivanu vrednost prinosa na portfelj Π , koji je dat trapezoidnim fazi brojem, definisali su Dubois i Prade (1987)² kao interval $[E_-, E^+] = [A(\mathbf{x}) - \alpha(\mathbf{x})/2, B(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})/2]$. Defazifikacijom dobijamo aritmetičku sredinu ovog intervala $E(\Pi) = \Sigma \frac{1}{2} [a_i + b_i + \frac{1}{2}(\beta_i - \alpha_i)] x_i$, kao ocenu očekivanog prinosa na portfelj Π koju maksimiziramo. Odabir konkretnih vrednosti a , b , α i β , kao i oblik funkcije pripadanja fazi broja za opis prinosa na svaku akciju, donekle su proizvoljni.

Godišnja dividenda na portfelj izračunava se kao:

$$D(\mathbf{x}) = d_1 x_1 + d_2 x_2 + \dots + d_n x_n.$$

Kao aproksimaciju za iznos dividendi koristimo relativnu zaradu po akciji (EPS).

Rizik portfelja meri se semi-apsolutnom devijacijom prinosa na portfelj $\mathbf{x}$ ispod očekivanog prinosa. Smatra se da se odstupanja iznad očekivanog prinosa ne mogu tretirati kao rizična, već poželjna, te ista ne utiču na visinu rizika. Mera „donjeg rizika“ na realističniji način opisuje preference investitora, jer penalizuje samo negativna odstupanja od

² Donja i gornja granica očekivanog prinosa datog fazi brojem r definišu se kao $E_-(r) = \int_0^1 (\inf r_\alpha) d\alpha$ i $E^+(r) = \int_0^1 (\sup r_\alpha) d\alpha$, pri čemu $\inf r_\alpha$ i $\sup r_\alpha$ označavaju levu i desnu ekstremnu tačku α -nivoa skupa r .

očekivanog prinosa. Stevenson (2001) ukazuje na ispravnost korišćenja mere „donjeg rizika“ u slučaju tržišta u razvoju (emerging markets) na kojima prinosi nisu normalno raspoređeni. Srednju semi-apsolutnu devijaciju prinosa na portfelj x predložio je Speranza (1993) formulom:

$$E\left(\min\left\{0, \sum r_j x_j - E\left(\sum r_j x_j\right)\right\}\right)$$

Za rad sa trapezoidnim fazi prinosima pogodnija je sledeća formula za semi-devijaciju prinosa portfelja, analogna formuli Speranze:

$$\sigma(\Pi) = E(\max\{0, E(\Pi) - \Pi\}).$$

Lako se pokazuje da interval u kojem se nalazi semi-devijacija ima sledeći oblik:

$$\sigma(\Pi) = [0, B(x) - A(x) + \frac{1}{2}(\alpha(x) + \beta(x))], \text{ odnosno, nakon defazifikacije:}$$

$$\sigma(\Pi) = \Sigma \frac{1}{2}[b_i - a_i + \frac{1}{2}(\beta_i + \alpha_i)]x_i.$$

Ograničenja

Uzimajući u obzir da se najvećim brojem akcija vojvođanskih preduzeća trguje po metodu preovlađujuće cene, te da su trgovine nefrekventne, koeficijent likvidnosti za svaku akciju merimo udelom dana tokom kojih se obavljala trgovina u čitavom posmatranom periodu, $l(a_i)$ $l_i = t_i/T$, a likvidnost portfelja je linearna kombinacija pojedinačnih likvidnosti³:

$$L(x) = x_f + l_1 x_1 + \dots + l_n x_n.$$

Budžetsko ograničenje:

$$x_f + x_1 + \dots + x_n = 1.$$

Maksimalan (minimalan) udeo kapitala uložen u pojedinačnu akciju:

$$l_i \leq x_i \leq u_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

³ Državne obveznice smatramo visoko likvidnim, pa u smislu gornje definicije njihov koeficijent likvidnosti je 1.

Minimalan udeo kapitala uložen u nerizično sredstvo:

$$x_f \geq l_f$$

Maksimalan i minimalan udeo kapitala zavise od više fundamentalnih faktora, npr. trenda u industriji, minimalnog broja akcija koje se moraju kupiti, kapitalizacije malih preduzeća itd.

Efikasnost intelektualnog kapitala izračunava se kao zbir efikasnosti ljudskog (HCE) i strukturalnog kapitala (SCE). Lee (2010) definiše efikasnost ljudskog kapitala kao udeo informacija koje su oprihodiene. Ne umanjujući značaj Leeovog teorijskog pristupa, odlučuje se za ranije uvedenu definiciju koja koristi dostupne podatke iz finansijskih izveštaja. HCE meri koliko je stvoreno dodate vrednosti (VA)⁴ na svaku novčanu jedinicu uloženu u zaposlene. Strukturalni kapital (SC)⁵ predstavlja rezultat rada ljudskog kapitala u prošlosti, a njegova efikasnost ogleda se u udelu u stvorenoj dodatnoj vrednosti:

$ICE_i = VA_i / BPZ_i + SC_i / VA_i$. Očekujemo da firme koje su visoko efikasne ($ICE > 2,5$) lakše generišu dodatne prinose (Pulic (2003)). Efikasnost intelektualnog kapitala portfelja x dat je sa:

$$ICE(x) = ICE_1x_1 + ICE_2x_2 + \dots + ICE_nx_n.$$

Intelektualni kapital vrednost proizvodi u sadejstvu sa fizičkim i finansijskim kapitalom. Efikasnost korišćenja fizičkog kapitala, CEE predstavlja udeo dodate vrednosti u ukupnoj aktivni preduzeća (TA):

$CEE = VA/TA$. CEE pokazuje koliko je dodate vrednosti stvoreno na svaku novčanu jedinicu uloženu u fizički kapital. Efikasnost fizičkog kapitala u portfoliju x data je sa:

$$CEE(x) = CEE_1x_1 + CEE_2x_2 + \dots + CEE_nx_n.$$

⁴ Dodata vrednost preduzeća obračunava se po formuli $DPO + BPZ + A + D$, gde su DPO dobit pre oporezivanja, BPZ bruto plate zaposlenih i ostali troškovi za zaposlene, A amortizacija, a D depresijacija.

⁵ $SC = VA - HC$

Na osnovu prethodno izloženih ciljeva i ograničenja moguće je formulirati problem izbora optimalnog portfelja na sledeći način:

$$\text{Max } \Pi_s(\mathbf{x}) = r_f x_f + r_1 x_1 + \dots + r_n x_n$$

$$\text{Min } \sigma'(\Pi) = \Sigma \frac{1}{2} [b_i - a_i + \frac{1}{2}(\beta_i + \alpha_i)] x_i$$

$$\text{Max } D(\mathbf{x}) = d_1 x_1 + d_2 x_2 + \dots + d_n x_n$$

$$\text{Max } L(\mathbf{x}) = x_f + l_1 x_1 + \dots + l_n x_n$$

tako da važi:

$$x_f + x_1 + \dots + x_n = 1,$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i, i = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_f \geq l_f$$

$$\text{ICE}(\mathbf{x}) = \text{ICE}_1 x_1 + \text{ICE}_2 x_2 + \dots + \text{ICE}_n x_n \geq \text{ice}_{\min},$$

$$\text{CEE}(\mathbf{x}) = \text{CEE}_1 x_1 + \text{CEE}_2 x_2 + \dots + \text{CEE}_n x_n \geq \text{cee}_{\min},$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n. \text{ (kratka prodaja nije dozvoljena)}$$

4. Rezultati i diskusija

Za numerički primer odabrana su vojvođanska preduzeća, čijim se (običnim) akcijama trguje na Beogradskoj berzi. Izuzeta su ona preduzeća čijim akcijama uopšte nije trgovano poslednje tri godine, te posmatramo svega devet kompanija datih po sektorima:

A: Agrobachka (1), Grupa Univereksport (2), Omoljica (3), Sloga Kać (4),

B: NIS (5),

C: Utva silosi (6),

M: Polj. Stručna služba Subotica (7),

N: Novosadski sajam (8), Revnost (9).

U rešavanju optimizacionog problema korišćena je aplikacija LINGO 20.0. Kako aplikacija nije u mogućnosti da reši višekriterijumski program primenjuje se tzv. *grid search* metod i rešava problem za različite vrednosti parametara rizika, prinosa na dividende i likvidnosti. Posmatra se vrednost varijable rizik u intervalu od 10% do 70%, sa korakom 1 procentni poen. Pri fiksiranoj vrednosti rizika rešava se optimizacioni problem za različite vrednosti prinosa na dividende i likvidnosti i na taj način dobijaju se Pareto optimalna rešenja. U tabelama 1 i 2 prikazani su optimalni portfelji za različite nivoe rizika.

Tabela 1: *Pregled Pareto optimalnih rešenja pri ograničenju investiranja u pojedinačna sredstva na 25%*

rizik	učešće svakog od sredstava u portfelju								
	2	3	4	5	6	7	8	9	rf
0,25	0,081	0,026	0,25	0,247	0,25	-	0,047	-	0,1
0,30	0,039	0,070	0,25	0,236	0,25	-	0,056	-	0,1
0,35	-	0,113	0,246	0,225	0,25	-	0,065	-	0,1
0,40	-	0,152	0,197	0,215	0,25	-	0,085	-	0,1
0,45	-	0,191	0,148	0,206	0,25	-	0,105	-	0,1
0,50	-	0,23	0,099	0,197	0,25	-	0,125	-	0,1
0,55	-	0,25	0,074	0,191	0,25	-	0,129	0,006	0,1
0,60	-	0,25	0,074	0,189	0,25	-	0,117	0,019	0,1
0,65	-	0,25	0,075	0,188	0,25	-	0,106	0,032	0,1
0,70	-	0,25	0,076	0,186	0,25	-	0,094	0,044	0,1

Kalkulacija autora

Ulaganje u poljoprivredu varira između 30% i 35% i realizuje se ulaganjem u dve kompanije tokom čitavog opsega rizika. Sve kompanije iz sektora poljoprivrede karakterišu niska likvidnost i nizak koeficijent intelektualnog kapitala. Oblast rudarstva predstavljena je samo jednom vojvođanskom kompanijom (5) i ona se našla u svim optimalnim portfeljima, pri čemu njen udeo opada s porastom rizika. Karakteriše je visoka likvidnost i visok koeficijent intelektualnog kapitala, kao i isplata dividendi. Prerađivačka industrija zastupljena je takođe s jednom kompanijom (6) koja je prisutna u svim portfeljima s maksimalnim učešćem. Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti zastupljene su s jednom kompanijom (7), ali ona, zbog negativnog očekivanog prinosa, nije odabrana ni u jedan od portfelja. Konačno, sektor administrativnih i pomoćnih uslužnih delatnosti zastupljen je sa dve kompanije (8, 9) s relativno malim i visokim očekivanim prinosima respektivno.

Tabela 2: *Pareto optimalna rešenja u slučaju ograničenja ulaganja u rizična sredstva na 25%.*

Prinos	Dividenda	Ljudski kapital	Likvidnost	Prinos na aktivu
0,219	0,1	2,5	0,370	0,165
0,253	0,1	2,5	0,358	0,163
0,286	0,1	2,5	0,347	0,161
0,316	0,1	2,5	0,337	0,160
0,347	0,1	2,5	0,327	0,151
0,377	0,1	2,5	0,316	0,157
0,407	0,1	2,5	0,307	0,157
0,437	0,1	2,5	0,309	0,158
0,467	0,1	2,5	0,307	0,159
0,496	0,1	2,5	0,305	0,160

Kalkulacija autora

U Tabeli 2 dat je pregled ostalih parametara odabranih portfelja: zarade na akcije (dividende), likvidnost i prinos na aktivu (efikasnost fizičkog kapitala). Svi portfelji imaju isti nivo efikasnosti intelektualnog kapitala u iznosu od 2,778. U formuli za izračunavanje efikasnosti intelektualnog kapitala portfelja izostavljene su državne obveznice, te se vrednost dobija normalizacijom⁶. Prinos koji se (potencijalno) ostvaruje isplatom dividendi za sve portfelje je na zahtevanom minimumu od 0,1. Varijansnom metodom generišu se portfelji sa većim koeficijentom efikasnosti ljudskog kapitala nego drugim korišćenim metodama. Nižim vrednostima očekivanog prinosa odgovaraju viši prinosi na aktivu, tj. vrednosti koeficijenta efikasnosti fizičkog kapitala, što se poklapa sa optimalnim portfeljima dobijenim maksimiziranjem levih i desnih raspona prinosa, ali su u proseku prinosi na aktivu za 1 procentni poen viši kod varijansnih portfelja. Likvidnost opada sa porastom željenog prinosa i poklapa se sa uključivanjem nelikvidnijih i u isto vreme rizičnih akcija.

⁶ Vrednost je dobijena normalizacijom zahtevanog donjeg limita od 2,5 deljenjem sa sumom pondera 0,9 iz aritmetičke sredine pojedinačnih efikasnosti.

5. Zaključak

U radu je predstavljen model izbora portfelja koji očekivani prinos i rizik tretira kao posibilističke promenljive i na taj način realnije prikazuje moguće vrednosti cena akcija pri malom broju promena u toku vremena. Pored prinosa i rizika, model inkorporira i vrednosti iz finansijskih izveštaja i na taj način upotpunjuje dobijena rešenja. Optimalni portfelji menjaju se, dakle, ne samo s preferencijom rizika, već i s promenom zahtevanog nivoa efikasnosti intelektualnog kapitala, nivoa likvidnosti ili visinom dividendi. Model je primenjen na izbor portfelja akcija vojvođanskih kompanija s kojima se trguje na Beogradskoj berzi. Većinu karakterišu niska likvidnost akcija i mali broj promena cene, a posibilitičko programiranje je idealno u modelovanju upravo takvih pojava.

Literatura

- Bhattacharyya, R., Kar, S., & Majumder, D. D. (2011). Fuzzy mean–variance–skewness portfolio selection models by interval analysis. *Computers & Mathematics with Applications*, 61(1), 126–137.
- Brigham, E. F., & Houston, J. F. (2012). *Fundamentals of Financial Management*. South-Western Cengage Learning.
- Brito, I. (2023). A portfolio stock selection model based on expected utility, entropy and variance. *Expert Systems with Applications*, 213, 118896.
- Craven, B. D., & Sardar, M. N. I. (2005). *Optimization in Economics and Finance: Some Advances in Non-Linear, Dynamic, Multi-Criteria and Stochastic Models*. Springer.
- Dubois, D., & Prade, H. (1980). Systems of linear fuzzy constraints. *Fuzzy Sets and Systems*, 3, 37–48.
- Dubois, D., & Prade, H. (1987). The mean value of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*, 24, 279–300.
- Figuroa–García, J. C., Hernández, G., & Franco, C. (2022). A review on history, trends and perspectives of fuzzy linear programming. *Operations Research Perspectives*, 9, 100247.
- Gupta, P., Mehlawat, M. K., & Saxena, A. (2008). Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming. *Information Sciences*, 178(6), 1734–1755.
- Hirschey, M. (2009). *Fundamentals of Managerial Economics* (3rd ed.). South-Western Cengage Learning.
- Huang, X. (2008). Mean-semivariance models for fuzzy portfolio selection. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 217(1), 1–8.
- Jones, C. P. (2010). *Investments Analysis and Management*. John Wiley & Sons.
- Kapil, S. (2011). *Financial Management*. Dorling Kindersley.

- Kocadağlı, O., & Keskin, R. (2015). A novel portfolio selection model based on fuzzy goal programming with different importance and priorities. *Expert Systems with Applications*, 42(20), 6898–6912.
- Lee, R. (2010). Information filtering, human capital efficiency and economic growth in poor neighborhoods. *Canadian Journal of Regional Science*, 33(1), 71–82.
- Li, X., Qin, Z., & Kar, S. (2010). Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns. *European Journal of Operational Research*, 202(1), 239–247.
- Luptačik, M. (2010). *Springer Optimization and Its Applications: Mathematical Optimization and Economic Analysis*. Springer Science+Business Media.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Wiley.
- Njegomir, V. (2011). *Osiguranje*. Ortomedics Book.
- Pulic, A. (2003). Value creation efficiency in the new economy. *Global Business and Economic Review*, 5(1), 111–128.
- Savaei, E. S., Alinezhad, E., & Eghtesadifard, M. (2024). Stock portfolio optimization for risk-averse investors: A novel hybrid possibilistic and flexible robust approach. *Expert Systems with Applications*, 250, 123754.
- Speranza, M. G. (1993). Linear programming model for portfolio optimization. *Finance*, 14, 107–123.
- Stevenson, H. (2001). Emerging markets, downside risk, and the asset allocation decision. *Emerging Markets Review*, 2, 50–66.
- Tanaka, H., & Guo, P. (1999). Portfolio selection based on upper and lower exponential possibility distributions. *European Journal of Operational Research*, 114(1), 115–126.
- Thakur, G. S. M., Bhattacharyya, R., & Sarkar, S. M. (2018). Stock portfolio selection using Dempster–Shafer evidence theory. *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences*, 30(2), 223–235.
- Vercher, E. (2008). Portfolios with fuzzy returns: Selection strategies based on semi-infinite programming. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 217(2), 381–393.
- Vercher, E., Bermúdez, J. D., & Segura, J. V. (2007). Fuzzy portfolio optimization under downside risk measures. *Fuzzy Sets and Systems*, 158(7), 769–782.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338–353.
- Zhang, W. G., Wang, Y. L., Chen, Z. P., & Nie, Z. K. (2007). Possibilistic mean-variance models and efficient frontiers for portfolio selection problem. *Information Sciences*, 177(13), 2787–2801.
- Zhang, X., Zhang, W. G., & Cai, R. (2010). Portfolio adjusting optimization under credibility measures. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234(5), 1458–1465.
- Zhang, X., Zhang, W. G., & Xu, W. J. (2011). An optimization model of the portfolio adjusting problem with fuzzy return and a SMO algorithm. *Expert Systems with Applications*, 38(4), 3069–3074.